

11.1.5 Funkce III (Exponenciální funkce a logaritmy)

- Př. 1:** Nakresli grafy funkcí: a) $y = |1 - \log_2(x - 2)|$ b) $y = 0,5^{|x-1|} + 1$
- Př. 2:** Urči, pro které hodnoty parametru a je funkce $y = \log_{0,1} \left(\frac{a^3 - a}{a - 1} \right)^x$ rostoucí?
- Př. 3:** Zakresli do jednoho obrázku s grafem funkce $y = 2^x$ grafy funkcí:
a) $y = 3^x$, b) $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ c) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ d) $y = \left(\frac{9}{10}\right)^x$
- Př. 4:** Nakresli do jednoho obrázku graf funkce $y = \log_2 x$, obrázky dalších logaritmických funkcí s jinými hodnotami základu, tak aby obrázek obsahoval všechny typy a bylo jasné, jak se tvar logaritmu mění s hodnotou základu.
- Př. 5:** Co mají společného předchozí dva příklady?
- Př. 6:** K funkci $y = \log_2(x - 3) - 1$ najdi funkci inverzní. Urči definiční obor, jak původní tak inverzní funkce,
- Př. 7:** Urči, pro které hodnoty parametru a protíná graf funkce $y = e^{x+a} - 1$ osu y v bodě $[0, 2]$. Graf funkce načrtněte
- Př. 8:** Najdi v tabulkách definici logaritmu $y = \log_a x$. Vysvětli omezení pro její definiční obor a obor čísel, která můžeme použít jako základ.
- Př. 9:** Urči bez použití kalkulačky hodnoty logaritmů.
a) $\log_2 8$ b) $\log_3 \sqrt{3}$ c) $\log_2 \frac{1}{4}$ d) $\log_4 8$ e) $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt{2}$
- Př. 10:** Najdi hodnoty x tak, aby platilo:
a) $\log_2 x = 3$ b) $\log_x 4 = -2$ c) $\log_{\sqrt{2}} x = 0,5$
- Př. 11:** Vyjádři jako jeden logaritmus.
a) $2 \log 3 + \log 4 - \log 12$ b) $\ln 3 - \ln \frac{1}{3} - \ln 12 + \ln 8$
- Př. 12:** Zjednoduš: $2^{\log_2 5} + 3^{\log_3 3} =$.
- Př. 13:** Urči definiční obor funkce $y = \sqrt{\log \left(\frac{x}{x^2 - 4} \right) - 1}$.
- Př. 14:** Rozepiš jako výraz složený z jednoduchých logaritmů.
a) $\log \frac{a^2 b}{3c}$ b) $\ln \sqrt{\frac{a}{b^2 c}}$ c) $\log \frac{(a+b)^3}{4}$

Př. 15: Projdi hodiny 020904-20909 a sestav řešící arzenál pro řešení exponenciálních rovnic a nerovnic (podrobnosti hodina 020904).

Př. 16: Nakresli graf funkce $y = x^{\log_x x}$.

Př. 17: Řeš v R.

a) $4^x \cdot 25^x = 0,01 \cdot (10^{3x-1})^2$ b) $\left(\frac{5}{3}\right)^{x+1} \cdot \left(\frac{9}{25}\right)^{x^2+2x-11} = \left(\frac{125}{27}\right)^3$

c) $x^{2x-4} = x^{x^2-3x+2}$ d) $9^{1+\log_3 x} - 3^{1+\log_3 x} - 210 = 0$

e) $\left|\frac{\log 2x+1}{2}\right| = 1$ f) $\log_7 2 + \log_{49} x = \log_{\frac{1}{7}} \sqrt{3}$

g) $\log_2(4^x + 1) = x + \log_2(2^{x+3} - 6)$ h) $\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{x+1} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^x = \frac{1}{96}$

Př. 18: Řeš v R

a) $5^x + 3 \cdot 5^{x-2} < 140$ b) $\frac{1}{1+\log x} + \frac{1}{1-\log x} > 2$

c) $\log_{\frac{1}{4}} |x+1| > -\frac{1}{2}$ d) $3^{1-\frac{2}{x}} - \frac{1}{2} \cdot 3^{\frac{1}{x}} > \frac{1}{2}$

e) $(2x^2 - 3x - 2) \cdot \log(x+1) > 0$

Př. 19: Vyznač v soustavě souřadnic množinu všech bodů, pro které platí: $y > \log x$, $y < 4^x$, $x \leq 1$, $y > -x - 2$.